

И ВПРАВДУ ЧУДЕН БЫЛ ЯЗЫК ВОДЫ...

Слово «турбулентность» происходит от латинского слова «турба», что означало как толпу, так и беспорядочное движение массы людей. Леонардо да Винчи был, по-видимому, первым, кто начал систематическое изучение турбулентности жидкости, зарисовав картины течения реки Арно и возникающие вихри разных масштабов. То, что за прошедшие с тех времен пять столетий сколько-нибудь полная теория турбулентности не построена, свидетельствует о выдающейся сложности задачи.

В равновесной статистической физике революционным моментом стало точное решение Ларсом Онсагером двумерной модели Изинга, описывающей магнетики, бинарные сплавы и многие другие системы. Стало понятно, что в критической точке (например, где жидкость неотличима от пара) имеются флуктуации всех масштабов, от атомных до размера системы. Эти флуктуации настолько сильно перенормируют свойства системы, что они становятся универсальными.

Турбулентность – это сильно неравновесное состояние больших систем, в которых масштаб накачки сильно отличается от масштаба затухания. В результате происходит каскадная передача потока энергии по масштабам, так что, как и в критической точке, имеются флуктуации многих масштабов. Фундаментальный вопрос турбулентности: насколько она универсальна?

Колмогоров и Обухова в начале 1941 г. предположили, что поток энергии полностью определяет

статистику турбулентности, которая, таким образом, была бы универсальной на масштабах много меньше масштаба накачки. Иными словами, турбулентность воздуха позади автомобиля должна была быть такой же, как и турбулентность воды позади турбины.

Зимой 1942 г. в Казани, куда была эвакуирована часть Академии наук, Колмогоров рассказал о своих работах по турбулентности в присутствии Ландау. В 1944 г. вышла «Гидродинамика» Ландау и Лифшица, где в подстрочном примечании было объяснено, что гипотеза универсальности (называемая теперь КО41) не может быть справедливой вследствие флуктуаций потока энергии, которые зависят от типа возбуждающей силы. Несмотря на несправедливость КО41, предсказываемый ею закон распределения энергии по масштабам (закон пяти третей) довольно близок к наблюдаемому экспериментально и оказался чрезвычайно полезным, как в технике, так и во многих областях науки, от геофизики до астрофизики.

Этот закон был независимо перестроен Онсагером, Прандтлем, Гейзенбергом и Вейцекером. Энергия пропорциональна квадрату скорости в несжимаемой жидкости, поэтому закон пяти третей касается только второго момента функции вероятности скорости. Более же высокие моменты уже довольно сильно отклоняются от КО41, как было экспериментально обнаружено в пятидесятых годах. В ответ на это, Колмогоров и Обухова в 1962 г. предложили более изощренную гипотезу, которая учи-



тывает флуктуации потока энергии, но предполагает функцию вероятности этих флуктуаций универсальной, причем такой же, как в задаче о дроблении камней в камнедробилке – логнормальной (т. е. логарифм потока имеет нормальное Гауссово распределение вероятности). Увы, вихри в жидкости дробятся иначе, чем камни в камнедробилке, так что предсказания КО62 не соответствуют реальности.

Попытки выразить всю статистику скорости так или иначе через поток энергии провалилась. И теперь мы знаем почему: благодаря работе четырех русских за границей – трем выпускникам НГУ, Колоколову, Черткову, автору, и примкнувшему к ним Лебедеву, тогда сотруднику, а теперь директору Института Ландау. Параллельно с группами во Франции и Америке нам повезло найти модель турбулентности, которую удалось решить аналитически. Таким образом, в теории турбулентности, как в статфизике, возник свой «момент модели Изинга», после которого она концептуально изменилась.

Модель эта была еще в шестидесятых годах предложена Казанце-

вым в России и Крейчнаном в Америке и заключается в предположении о быстрых флуктуациях поля скорости во времени. Эта модель стандартно применялась для инженерных расчетов. Крейчнан первым понял, что эта же модель может пролить свет на фундаментальную проблему универсальности в турбулентности, потому что принципиальными являются не временные корреляции скорости, а ее пространственная структура, а именно негладкость в пределе исчезающей вязкости.

Предположение о быстрых флуктуациях позволяет получить замкнутые уравнения на все корреляционные функции скалярного поля (примеси или температуры), переносимого турбулентностью и в принципе найти высшие моменты и выяснить, определяются ли они полностью потоком. Такое уравнение на четырехточечный момент мне показал в 1993 г. Крейчнан и вручил две странички, где было показано, что простейшее решение с потоком не удовлетворяет граничным условиям, так что должно быть что-то еще.

Что же это? Крейчнан со вздохом сказал, что он долго пытался найти решение и не смог. Не удивительно – уравнение второго порядка в шестимерном пространстве (шесть расстояний между четырьмя точками), мало не покажется. «Может быть, сумасшедшие русские возьмутся?» – с надеждой спросил Крейчнан. Я листики взял, но вскоре меня отвлекли другие вещи, которыми мы занимались с Лебедевым, работавшим тогда в Израиле в рамках программы Ландау–Вейцман. Миша Чертков тогда был моим аспирантом, а Игорь Колоколов приехал поработать на несколько месяцев. И вот уже в 1994 г., приходят к нам Игорь с Мишей и радостно сообщают, что они изобрели (очевидно, независимо) такую модель, где получаются замкнутые уравнения на все моменты. Достал я Крейчнановские листики и решили мы, что самое время «сумасшедшим русским» попробовать.

Прорыв случился, когда мы догадались записать уравнение в пространстве произвольной размерности и заметили, что для бесконечной размерности самый противный кусок уравнения исчезает, а оставшийся имеет простое Гауссово решение. Вообще, в бесконечномерном пространстве теоретикам жить намного свободнее. После этого заняло несколько месяцев построить теорию возмущений по малому параметру обратной размерности пространства и убедиться, что действительно в решении имеется кусок (который мы назвали *нулевой модой*), никак не сводящийся к потоку.

Удивительно, но факт: в это же самое время с точностью до недели Гаведский и Купиайнен (Франция–Финляндия) нашли решение этого уравнения для трехмерного пространства в пределе сильной негладкости поля скорости. В лучшем духе научного сотрудничества мы обменялись еще неопубликованными рукописями

и убедились, что применение их метода к пространству большой размерности дает тот же ответ, что и применение нашего метода к сильно негладкому случаю. После чего с легкой душой послали статьи в печать.

В это же самое время появилась статья американцев Шраймана и Сиджиа, где нулевые моды были обнаружены в несколько более простой модели в пределе почти гладкого поля скорости. Я не очень понимаю, почему так случается: тридцать лет ничего не происходит, а потом на интервале в несколько месяцев появляются сразу три работы, по сути делающие одно и то же открытие. После получения четвертого момента казалось, что рассмотрение более высоких моментов включает столько переменных, что решение не найти. Однако в 1996 г. мы с Чертковым сообразили, что главную нулевую моду можно найти для любого момента.

Эти первые работы вызвали лавину последующих публикаций, расширяющих, обобщающих и истолковывающих. Что же нового мы поняли о турбулентности? Стало ясно, что статистика турбулентности никак не сводится к каскаду энергии. Наши нулевые моды оказались статистическими интегралами движения. Например, из расстояний между четырьмя точками в турбулентном потоке можно построить такую функцию, которая будет в среднем сохраняться во времени, несмотря на то что расстояния быстро меняются и точки в среднем разбегаются. Вот эту-то функцию мы и нашли в модели Казанцева–Крейчнана. Многоточечные корреляторы и высшие моменты определяются вовсе не потоком, а этими статистическими законами сохранения. Даже второй момент поля скорости (который, как мы помним, задает распределение энергии по масштабам) следует не закону пяти третей, а определяется законом сохранения, построенным из двух векторов: разностей позиций и скоростей двух частиц жидкости. Впрочем, в трехмерном пространстве степень этого закона сохранения так близка к пяти третям, так что геофизики и астрофизики могут себе позволить оставаться в 1941 г.

Возникшее описание высших моментов турбулентных полей имеет и практические приложения для описания вероятностей сильных флуктуаций. Но главным все же представляется концептуальный момент: статистических интегралов движения бесконечное количество, так что статистика турбулентности зависит от бесконечного количества параметров, только один из которых – поток энергии (задающий третий момент). А вот формы законов сохранения, по всей видимости, являются универсальными, то есть независимыми от способа возбуждения. С общезначимой точки зрения интересно отметить, как очередная встреча геометрии, статистики и физики принесла неожиданные плоды.

Подробнее – в моей книге «Современная гидродинамика. Краткий курс»